

過去 10 年の研究の概要

大学（駒場）に着任するときに、「大学では、会社にいたときよりは、もう少し基礎よりの研究をしよう」と決心していました。ちょうど 10 年経った機会に、大学に来てからの研究を振り返ってみようと思います。（文中の [] 内は文献リストの番号です。）

平成 14 年 11 月 26 日 清水 明

駒場に来てから、量子現象や非平衡統計力学の基礎的・原理的な問題の研究に注力した。特に、ミクロ物理学とマクロ物理学の繋がりや、開いた系、非平衡現象の研究を中心に行ってきた。

まず、駒場着任の前後から、非平衡揺らぎの研究を行った。伝導体に電流を流すと、その値は時間的にゆらぐ。平均電流 $\langle I \rangle$ がゼロである平衡状態における揺らぎ $\langle \delta I^2 \rangle_{\text{eq}}$ は、揺動散逸定理により、コンダクタンス G と結びついている。一方、平均電流 $\langle I \rangle \neq 0$ である非平衡状態における揺らぎ $\langle \delta I^2 \rangle_{\text{noneq}}$ については、そのような一般的な関係式は知られておらず¹、 G とは独立な様々な情報を含んだ量として、特にメソスコピック² 伝導体において、80 年代後半から注目されるようになった [J5]。最初に、Lesovik らが伝導体中でポテンシャル散乱だけしか起こらない場合について $\langle \delta I^2 \rangle_{\text{noneq}}$ を求め、「量子ショットノイズ」等と呼ばれるようになった。筆者は、駒場赴任直前に、この揺らぎが、メソスコピック伝導体を用いた量子干渉デバイスの原理的限界を決めることを指摘し、その原理的限界を与える公式を導いた [21]。次に、マクロ伝導体へのクロスオーバーが問題になった。まず、Büttiker らが、粗いモデルを用いて「伝導体の長さ L が非弾性散乱長 L_{inel} より長くなると量子ショットノイズが抑制される」と主張したが、非弾性散乱が十分に起こればほとんどの量子効果が消えるのは当然なので、これでは何も言ったことにはならない。肝心なのは、 L_{inel} に色々な種類がある事（例えば、非弾性散乱で位相緩和が起こる距離 L_ϕ は、1 粒子状態が非弾性散乱で壊される距離 L_{life} より一桁以上も大きい事もざらである）をふまえ、その中のどれがメゾとマクロの境界になるかを見極めることである。それまで知られていたメソスコピック系の量子現象（アンダーソン局在とか UCF など）が抑制される距離はいつも L_ϕ であったが、筆者らは、量子ショットノイズが抑制される距離は、 L_ϕ でも L_{life} でもなく、筆者らが maximal energy relaxation length と名付けた長さであることを示した [31,38]。これにより、メソスコピック伝導体の量子効果が消えてマクロ化する長さは、着目する現象によって異なることが判り、さらに、半導体レーザに高抵抗体を直列したときに光子揺らぎが抑圧される真の理由も明らかになった [36,38,39]。また、[31] で用いた手法は、ランダウアー公式³ を初めて多体系に拡張したものであり、メソスコピック系の非平衡現象を扱う新しい手法を提出したことにもなっている。

他方、コンダクタンス G について、電子間相互作用の影響が問題になってきた。というのは、メソスコピック伝導体を 1 次元 Tomonaga-Luttinger 流体と見なすと、久保公式による G の計算が、一応、厳密に遂行できるのだが、その結果が実験と合わないことが判ったから

¹ これは、電流に限らず一般のマクロ物理量について言え、非平衡揺らぎに普遍的な関係があるのかどうか不明だし、線形応答理論のような確立した計算手法も存在しない。従って、この問題は、非平衡統計物理の大きな問題のひとつでもある。

² マクロとミクロの中間の領域を、メソスコピック領域という。

³ 有名な、コンダクタンスの計算公式で、メソスコピック系では久保公式よりも使いやすいが、多体相互作用があると使えなかった。

である。それで、様々な改良理論が提出されたが、それらは、非平衡統計物理の正しい計算処方では発散する答えが出てしまう⁴ のに、都合の良い極限をとって実験値に合わせるような計算であった。しばらくすると、Izuyama が昔から主張していた電場の繰り込みが必要なことをきちんと示した Kawabata の論文が出たが、極限の問題はやはり未解決だったので、両方の問題を一気に解決する新しい計算手法を提出し⁵、それによって G を正しく求め、 G に相互作用定数が効いてこない物理的理由を明らかにした [52]。 G の値を実験に合わせるだけなら、上述したような不正な方法でもできてしまうわけだが、筆者らの方法で、物理的な分析が可能になった⁶。その結果、相互作用の影響がキャンセルされる機構が、一般には、電場の繰り込みだけでは済まず、非力学的力⁷ の発生が関与してくることが判った。これは、線形応答理論の未解決の問題⁸ を議論する格好の材料なので、詳しい分析を発表した [71]。この論文の後半では、[52] のアイデアをさらに進めた、マスター方程式による輸送現象の計算法も発表した (詳しい論文は Kato 氏と執筆中)。これにより、メゾスコピック系を、きちんと、2次元電子溜が両端に付けられた有限長の擬1次元系として扱い⁹、非平衡定常状態を求めることに初めて成功した¹⁰。

マクロ系の物理学に関して、これとは違う角度からの研究も、最近力を入れている。マクロ系の理論は、無限体積の系についてはかなり整備されているが、現実のマクロ系は必ず有限体積であるし、メゾスコピック系の物理も近年盛んである。そういう系では、無限系の理論では扱えない問題が出てくる。例えば、量子計算機では、入力ビット数 N (\propto 体積 V) が大きいときの漸近的振る舞いを問題にするが、無限系の理論では、 $1/V$ も $1/e^V$ も全てゼロになってしまうので、無力である。また、無限体積極限で相転移を起こすような系では、オーダーパラメータとハミルトニアンが交換しない場合、有限体積での厳密な基底状態は、(実験や無限系の理論に対応する) 対称性が破れた「真空」状態 (pure-phase vacuum, 以下 PPV) ではなく、対称な基底状態 (symmetric ground state, 以下 SGS) であることが知られている¹¹。この状態は、無限系では純粋状態にはなりえず¹²、有限系においてだけ純粋状態として許される特異な状態である。これに限らず、有限マクロ量子系には、無限量子系でも古典マクロ系でも許されない、特異な状態が存在する。例えば、古典マクロ系は熱力学に従

⁴ DC 電気伝導度を久保公式で計算するときは、まず波数ゼロの極限をとってから周波数がゼロの極限をとる、という順序の極限移行をする必要があるが、Tomonaga-Luttinger 流体でこれをやると、発散してしまう。これは、完全可積分系に久保公式が使えないことを無視して、無理矢理使ったために生ずる矛盾である。

⁵ 一見似ている計算が量子ホール系について成されていたのを後で知ったが、全く別物である。その計算は、筆者らの計算のようにゼロモードが電流を運ぶようにはなっていないし、ハミルトニアンを粒子数演算子で微分した意味不明の演算子を持ち出しているが、これは、たとえ平衡状態でも化学ポテンシャル (期待値同士の微分) とは異なるし、ましてや非平衡状態では、電子溜の化学ポテンシャルとの関係を示さない限り、コンダクタンスとは結びつかない。

⁶ 筆者の方法は、熱力学的議論と量子論を併用することにより非平衡定常状態を求めるので、非平衡状態で何が起きているかを直接調べることができる。たとえば、 I と、化学ポテンシャル差 $\Delta\mu$ とを、それぞれ求める事ができるし、非平衡揺らぎも計算できる。久保公式では、 G を平衡状態での揺らぎから計算するので、そういうことはできない。

⁷ 温度勾配とか、濃度勾配のように、純力学的な力として表現できない熱力学的力を、「非力学的力」と呼ぶ。

⁸ 静的磁化率のような散逸と結びつかない応答については、平衡統計力学でも計算できるので、その結果と比較することにより、久保公式が正しい結果を与えるための条件が導かれている。しかし、肝心の、コンダクタンスのような散逸と結びつく応答 (それこそが非平衡統計力学の対象!) については、久保公式が正しい結果を与えるための条件はまだ判っていない。

⁹ 他のたいていの理論では、実際のメゾスコピック系とは異なる、無限に続く純1次元系を仮定している。

¹⁰ マスター方程式は、スピン緩和やレーザー物理の問題では成功してきたが、輸送現象には多くの困難が立ちふさがり、このような non-trivial な系で成功した例はなかった。

¹¹ これは、ハミルトニアンの全ての対称性を有する状態なので、domain wall もない並進不変な状態である。

¹² 例えば、GNS-construction をやろうとしても、既約表現が得られない。

うが、熱力学はどんな相加的物理量¹³ の揺らぎも $O(V)$ 以下になることを基本的に仮定している。この仮定を満たす状態を（古典、量子を問わず）normally-fluctuating state (NFS) と呼ぶと、無限量子系の純粋状態や熱平衡状態はすべて NFS である¹⁴。ところが、有限マクロ量子系には、一部の相加的物理量の揺らぎが $O(V^2)$ になるような、揺らぎが異常に大きい純粋状態が存在する。この異常な状態を、筆者らは anomalously-fluctuating state (AFS) と呼んだ。SGS も AFS のひとつである。後述するように、このような異常な状態の性質の解明が、思わぬ分野で重要になりつつある。

筆者らは、まず、SGS と PPV のエネルギー差 ΔE を解析した [76]。反転対称性の破れる系では、 ΔE は非常に小さい ($\Delta E \leq O(1/V)$) ことが示されていたが、連続的な対称性が破れる場合については、量子論の知識だけから ΔE の大きさを一般的に評価することは非常に難しく、 $\Delta E \leq O(\sqrt{V})$ という、 $V \rightarrow \infty$ で発散する粗い不等式が得られていただけであった。そこで筆者らは、熱・統計力学的な知識（示量性仮説と熱力学的安定性）を併用することにより、 $U(1)$ 対称性が破れる場合について、 $\Delta E \geq O(V^0)$ という、厳しい不等式を初めて得た。これは V を大きくしても減らず¹⁵、PPV と最低励起状態のエネルギー差よりも大きい。従って、例えば数値的に低エネルギーの状態を求めると、SGS とその直上の励起状態が求まる事になるわけで、本来求めたい PPV との関係を慎重に分析する必要があることが判る。さらに、同じ論文で、PPV の時間不変性が非自明な形で実現されることも示した。無限体積では、PPV が時間不変であることを最初に仮定するが、有限体積では、PPV がハミルトニアン固有状態でない場合には、有限時間内に別の状態になってしまう。特に、 $U(1)$ 対称性が破れる場合には、状態ベクトルは、 $O(1/\sqrt{V})$ という短い時間で変化する。この速い変化は、 $\mu' \equiv \partial\mu/\partial(N/V) = 0$ である自由ボーズ系では、オーダーパラメータの位相変化に全て吸収できて¹⁶ 波動関数の形は崩れないことは知られていたが、 $\mu' > 0$ である現実の系では、 $O(V^0)$ の時間スケールの変化が残ってしまい、無限系の理論にうまく繋がらなかった。筆者らは、波動関数の形はこのスケールで崩れてしまっても、局所オブザーバブル¹⁷ の期待値は、 $O(\sqrt{V})$ という長い時間スケールの間変化しないことを示した。無限系では局所オブザーバブルの期待値だけに意味があるので、この意味で有限系から無限系に繋がるのである。

次に筆者らは、マクロ量子系が開いているときの、量子状態の安定性に注目した。開いた量子系の安定性は、物理の様々な分野で議論されており、少数自由度系についてはかなりのことが解明された。一方、マクロ系については、ほとんどの解析が、少数の集団座標だけで記述するモデルを用いている。しかし、そのようなモデルの正当性は疑問であるし、結果も、少数自由度系の結論と同じになってしまい、例えば環境からの擾乱に対して安定か否かは、系と環境との相互作用の詳細に依存して変わると結論されていた。筆者らは、マクロ物理学（熱力学など）との整合性を考えると、相互作用の詳細には依らない普遍的な結果が出ないとおかしいと考え、まず、相互作用するボゾン系に対して、どんな状態がボゾンの漏れに対して安定¹⁸ であるかを分析し [73]、その状態の性質を詳しく調べた [75,74,67]。そして、そ

¹³ 例えば粒子数のように、全系における値が、各部分系における値の総和になるような物理量。

¹⁴ 無限系の場合は、相加的物理量を V で割った示強性物理量の揺らぎを見れば、NFS かどうか判別できる。

¹⁵ エネルギー差の密度 $\Delta E/V$ は減少するので、無限系の一般論と矛盾しない。

¹⁶ 超伝導体では、これが交流ジョセフソン効果をもたらす。

¹⁷ 時間的・空間的に、有限の領域内の自由度だけが関与するオブザーバブル。一般に、物理的なオブザーバブルは、すべて局所オブザーバブルであると考えられている。

¹⁸ ここで議論している安定性は、よく教科書に書いてある所謂 “rigidity” とは別の安定性である。

れを一般化して、きちんとマクロな自由度 N を持つモデルを採り、局所性¹⁹ を積極的に利用し、マクロ系なのだから N または V に関する漸近的振る舞いを評価する、という定式化を行うことによって、はじめて普遍的な結論を得た [81]。まず、ノイズや環境からの弱い擾乱に対する安定性について、decoherence rate²⁰ が V のどんなベキに依存するかに注目して、ベキが 1 より大きい、異常に速く decohere する状態を “fragile” な状態と定義し、次の結果を導いた：(i) NFS は、どんなノイズや環境からの弱い擾乱を受けても、決して fragile にはならない。(ii) AFS は、ノイズの性質によって、fragile になることもあればならないこともある。

結果 (i) については、多くの人々が素朴に想像しつつも示すことができなかった事を初めて示したことになる、(ii) については、大方の予想を裏切る結果である。そこで、マクロ物理学との整合性を普遍的に保証する、別の安定性の基準があるに違いないと考え、「局所測定に対する安定性」²¹ という概念を提出して、次の定理を証明した：(iii) クラスタ性²² を持つ量子状態であれば、局所測定に対して安定であり、逆も言える。例えば、AFS はクラスタ性をもたないことが言えるので、この定理により局所測定をすると状態が大きく変わり、何回か局所測定を繰り返すと、やがてはクラスタ性を持つ状態（たとえば、NFS）に変わってしまうことが判る。

この論文の結果は広く応用できる。例えば、有限系の相転移で SGS が実現されない理由はよく判っていなかったが²³、(iii) が根本的な説明を与えると考えられる²⁴。また、量子計算機が古典計算機よりも本質的に速い²⁵ 理由は、AFS を利用していることにあるのではないかと筆者は予想した（口頭発表,2000）。なぜなら、AFS は、古典計算機の速さを決めているチューリングの計算理論では決して記述できない状態だからである²⁶。そこで筆者らは、Shor の量子計算アルゴリズムを古典計算機上でシミュレートし、次のことを示した：(a) AFS が、計算途上の何力所かで現れる。(b) それらは、[81] の理論通りに、ノイズで異常に速く decohere する。(c) しかし、計算後半で現れる AFS が decohere しても、計算結果にはほとんど影響しない。(d) 他方、計算の途中で現れる AFS が decohere すると、計算結果が狂う。従って、計算の途中で現れる AFS を利用していることが、Shor の量子計算アルゴリ

¹⁹ 相加的物理量が局所演算子の和になっていること、相互作用が局所相互作用であること、測定も局所的であること、を全て用いた。

²⁰ 純粋状態が、ノイズや環境からの弱い擾乱によって、混合状態へと変わってゆく速さ。

²¹ 簡単に言えば、「マクロ系であれば、その一部分を測定したぐらいで、状態が大きく変わることはないだろう」という素朴な直感に合致する状態が、“局所測定に対して安定な”状態である。

²² 無限系の場の理論でしばしば登場するクラスタ性という概念を、有限系に拡張したもの。簡単に言えば、2つの局所演算子の揺らぎの相関が、空間的に充分離れば消える、という性質。これは、揺らぎの相関なので、long-range order の有無とは無関係であるし、domain wall があってもクラスタ性は失われない。

²³ Symmetry-breaking field が存在すれば、PPV のエネルギーが SGS よりも下がるが、強磁性体のような単純な場合以外には、現実の実験室にそのような場は存在しない。（例えば、反強磁性体を考えてみてください。）従って、一般の系で、SGS が排除されて PPV が実現される理由は解っていなかった。

²⁴ 「相転移の真の理解には測定理論が必要であろう」という予想は、筆者らより早く、P.W. Anderson や A.J. Leggett も書いているが、彼らは、具体的にそれを示すことには成功していなかった。

²⁵ 一般に、計算の「難しさ」や本質的な「速さ」のクラス分け (P とか NP 等) は、計算に必要な時間 T が、大きな入力ビット数 N に対してどう振る舞うかの、漸近的な関数形だけで決まる。従って、並列化などの単純な改良では、クラスは変わらない。実際、 $T = 10^N$ の計算機を、 10^{24} 個も並列動作させても、 $T \rightarrow 10^N / 10^{24} = 10^{N-24}$ となるだけなので、 $T = N$ なる計算機に、たった $N \geq 26$ で負けてしまう。これに対して、量子計算機は、 T の関数形そのものが変わる（つまり本質的に速くなる）、今のところ唯一の例である。

²⁶ それに対して、NFS のような通常の状態を持つ性質は、古典力学 + 古典電磁気学という狭い意味の古典論では記述できなくても、それらを論理的に含む、チューリングの計算理論のようなもっと広い古典論（一般に、“local objective theory” と呼ばれる）では記述できてしまう。

ズムが古典計算よりも速い本質であり、それは非常に不安定な状態であることが判った²⁷。

開いた系の性質を考えると、上記の (iii) のように、測定行為で系が開く (= 外部からの影響を受ける) というケースを考えることは重要である。特に最近、量子情報の研究が盛んになり、測定の作用や限界が、現実的で重要な問題として盛んに分析されるようになった²⁸。量子測定の問題は、すでに駒場に来る前から、お気に入りの論文のひとつ [20] で研究していたが、この論文の基本的アイデアである「仮想励起で、光子数を変えずに情報だけを電子系にコピーする」という事が、特異な形で起こる系を見つけたのが [46] で、次のようなことが判った：仮想励起される電子系が古典散逸系（電源を含む）と結合して信号を出すように仕組んだ場合、それまでの予想と異なり、抵抗体で発生するジュール熱は、電源ではなく光子から供給される。ところが、光子数は変わらず、光子のエネルギーは、振動数が減少するという形でのみ減少し、広い意味での量子非破壊測定になっている。

また、[20] の具体例を一般化し、第一種測定・量子非破壊測定の一般的な条件を導いたのが [41] である。それまでに知られていた「測定器との相互作用ハミルトニアンが被測定量と交換する」という単純な条件は厳しすぎることを指摘し、もっと緩い条件下で、様々なクラスの第一種測定・量子非破壊測定が可能な事を示した。さらにその分析を進めるうちに、一部のオブザーバブルでは、被測定量への測定の反作用（不確定性原理で記述される共役量への反作用ではなく、被測定量そのものへの反作用）と測定誤差との間に、トレードオフの関係²⁹ が必然的にできてしまい、その結果、「測定後の状態は、被測定量の固有状態になる」という理想的な測定が、そういうオブザーバブルに対しては、原理的に不可能らしいことを指摘した [72]。これは様々な意味がある発見だと感じているが、一例を挙げると、量子状態の「準備」の問題がある。量子論の教科書では、「量子状態を望みの状態に準備するためには、適当なオブザーバブルの組について測定をなささい。そうすれば、その同時固有状態が得られます」と書いてある。しかし、我々の結果は、それが一般には不可能であることを示しており³⁰、状態準備の問題は再検討を要する事になる。

もっと実験に近いテーマを扱った測定理論の浮穴学尚、清水明、「Shor のアルゴリズムに現れる異常な量子状態とその安定性」、第 6 回量子情報技術研究会資料（電子情報通信学会、2002）211-214。論文も、最近書いた。それは、いわゆる「量子ゼノ効果」³¹ に対する完全な解答を与えた論文 [82] である。量子測定理論によれば、素朴に射影仮説を適用することは、一般には誤った結果に導かれる。そこで、量子測定一般論に基づいて、測定器の一部を量

²⁷ (a) の部分の計算は、昨年の夏までにすませていたが、口頭発表しかしていなかったため、今年の 3 月になって、ほぼ同じ内容の論文がプレプリントサーバーに載り、残念ながらこの部分の priority は失ってしまった。(b)-(d) の部分は、まだ priority を保っているので、日本語の速報 [80] に続き、論文を執筆中である。

²⁸ 普通の物理の問題では、ある状態の物理量を測るには、「一回測る毎にリセットして、同じ状態を作ってまた測る」という繰り返しを行うので、一回測った状態に関して引き続き測定を行うことはしない。従って、測定の作用や限界を考慮する必要がない。これに対して、量子情報や量子光学などでは、同じ量子状態に何度も測定を行う必要があるので、測定の作用や限界が問題になり、それをきちんと考慮しないと実験と合わない。

²⁹ 測定誤差を減らそうとすると反作用が増える。その理由は、概ね次のようなことである：通常の測定理論では、測定器と被測定系との間の相互作用として、好きなハミルトニアンを仮定する。そうすると、常に理想的な測定を構成できる、という結論になる。しかし、実際には、測定過程も物理過程であるから、利用できるのは、自然界にある相互作用だけである。しかるに、自然界にある相互作用は、その形も結合定数の強さも決まっています、人間が勝手に選べない。これが、測定過程に原理的な制限を与える。

³⁰ 測定誤差と被測定量への反作用の間にトレードオフの関係があるオブザーバブルでは、測定後の状態が被測定量の固有状態にならない。

³¹ 不安定量子系（例えば、励起原子）が、安定状態へ遷移するまでの寿命を測る実験について、量子論の射影仮説（いわゆる「波束の収縮」）を素朴に適用すると、「あまり高い時間分解能で実験を行うと、ほとんど遷移しなくなったり（量子ゼノ効果）、逆に、遷移が加速される（反ゼノ効果）」という結論が導かれる。

子系として扱う理論が多くの人々から提出された。しかしながらそれらは、測定器を直接、不安定量子系に結合させるモデルであった。そういう「直接測定」の場合には、たとえ古典系でも、非測定系のダイナミクスが測定器の作用で変更されてしまうので、遷移確率が変わるのは当然であり、なんら不思議でもなく、ましてや量子系に特有の現象でもない³²。真に面白くかつ重要なのは、測定器が不安定量子系に直接作用することなく、たとえば、遷移の際に放出される光子が何かを検出して、間接的に遷移をチェックするような、「間接測定」の場合である。しかも、光子が来るまでは検出器はいっさい信号を出さない場合である。これなら、『遷移の際に放出される光子を検出する検出器を設置して、ただじっと遷移するのを待っているだけで不安定系の寿命が変わる』という予言になり、真に量子系独特の現象と言える。そして、できるだけ現実的なモデルで、時間分解能も検出効率も理論から自然に出てくるものでないといけない。それではじめて、量子ゼノ効果・反ゼノ効果に対する完全な解答が得られることになるが、それが [82] である。結論を言うと、量子ゼノ効果・反ゼノ効果は、測定器が一定の条件を満たせば、確かに起こりうる。その条件をきちんと明示してあるので、実験的な検証が期待できる。また、大げさにいえば、この理論は、これからの、一般の物理測定の基礎を与えてもいる。近年の実験技術の飛躍的な進歩と、実験対象の大幅な拡大を考えると、あまりに高精度の測定をしたために、その気がなくても量子ゼノ効果・反ゼノ効果で測定結果が狂ってしまうことが出て来得ると考えるからである。その場合の対策も論文に記してある。

長くなったので、今日はこの辺で筆を置き、他の仕事については、近日中に書くことにする。

³² 残念ながら、今まで行われた実験も全て直接測定であり、新しい実験が望まれる。