

現実の実験では外部磁場 \vec{H} を調整して \vec{M} を変化させるから、「 \vec{M} を与えると \vec{H} が決まる」というこの議論は判りにくいかもしれない。しかし、ひとたび平衡状態になれば \vec{M} と \vec{H} は一対一に対応するから、どちらでどちらが決まるとしても等価である。それがいやなら、15.9.4 節の $G(T, \vec{H})$ を用いればよい。

さて、12 章の一般論から明らかなように、 F は T については上に凸で、 \vec{M} については下に凸である。これを考慮すると、15.9.1 節と 15.9.2 節で述べたことから、強磁性体の $F(T, \vec{M})$ は次のように振る舞うことが分かる。まず、回転対称性があるのだから、ある (T, \vec{M}) の値で指定される平衡状態があれば、その磁化を回しただけの (T, \vec{M}') (ただし $|\vec{M}'| = |\vec{M}|$) のような平衡状態もあり、どちらも F の値は等しい：

$$F(T, \vec{M}) = F(T, \vec{M}') \quad \text{for } |\vec{M}| = |\vec{M}'|. \quad (15.53)$$

$T > T_c$ においては、 $\vec{H} = 0$ なら $\vec{M} = 0$ であったから、 F の \vec{M} についての微係数 ($= \vec{H}$) は、 $\vec{M} = 0$ でゼロになる。 F は \vec{M} については下に凸なのだから、数学の定理 4.3 (p.45) を下に凸な関数に翻訳したものより、 $\vec{M} = 0$ で F は最小値をとる。さらに F が \vec{M} について連続的微分可能なことも考慮すると³⁵、結局、図 15.14 の左側のような形をしていることになる。

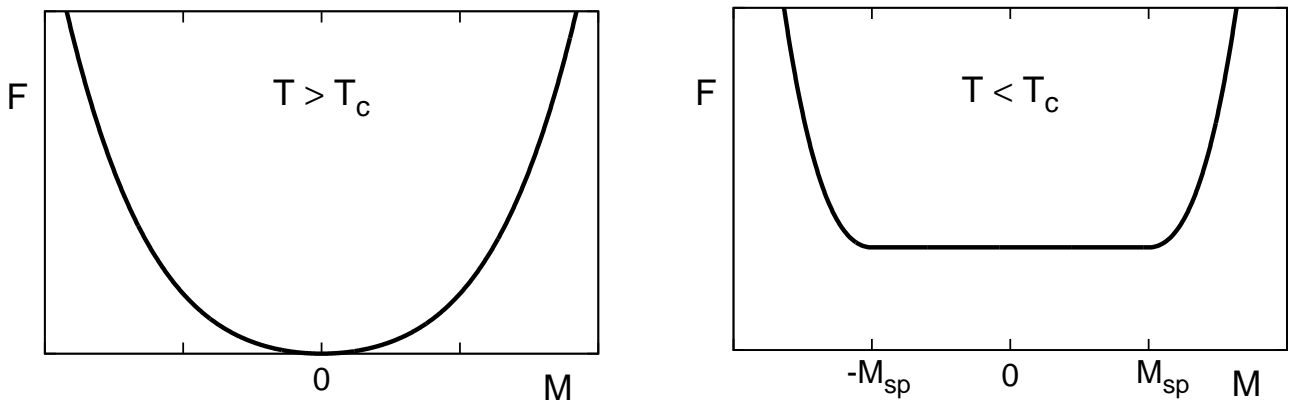


図 15.14: $F(T, \vec{M})$ の \vec{M} 依存性の模式図を、 $\vec{M} = (M, 0, 0)$ として描いた。 \vec{M} が他の方向を向いていても同じ図になる。なお、縦軸の原点は適当にとった。

他方、 $T < T_c$ においては、 $\vec{H} = 0$ でも自発磁化が生じて $\vec{M} \neq 0$ であった。従って、自発磁化の大きさを M_{sp} と書くと、 F の \vec{M} についての微係数は、 $|\vec{M}| = M_{sp}$ を満たすある \vec{M} の値でゼロになる。すると、回転対称性 (15.53) より、 $|\vec{M}| = M_{sp}$ を満たす全ての \vec{M} の値において微係数がゼロになる。これらの \vec{M} の値において F は等しい値をとるが、 F は \vec{M} については下に凸なのだから、それは F の最小値である。すると、 F の凸性を保つためには、 $|\vec{M}| < M_{sp}$ なる \vec{M} の値においても、 F はずっとこの最小値をとるしかない。(上に出っ張ったら下に凸でなくなってしまし、下に出っ張れば $|\vec{M}| = M_{sp}$ で最小でなくなってしまふ。) さらに、 F が \vec{M} について連続的微分可能なことも考慮し、 $\frac{\partial F}{\partial T} = -S < 0$ より $T > T_c$ の F よりも全体的に大きくなることも考慮すると、図 15.14 の右側のようになっていることが分かる。 $|\vec{M}| > M_{sp}$ の側から $|\vec{M}| \rightarrow M_{sp}$ とすると、 F の微係数が次第に小さくなり、ついにゼロになったところが $|\vec{M}| = M_{sp}$ で、その先の $|\vec{M}| < M_{sp}$ では F はずっと真っ平らで微係数はゼロのままである。 $|\vec{M}| = M_{sp}$ でも F は \vec{M} について微分可能であることに注意しよう。この $T < T_c$ のグラフを M_x, M_y の関数として 3 次元グラフを描くと、図 15.15 のように、風船の先端をそっとテーブルに押しつけたような、水平面を持つ形になる。

なお、 $T < T_c$ における F の振舞いとして、図 15.16 に示した、いわゆる「ワインボトルの底のような」図をよく見かける。これは、統計力学や場の理論において簡単な近似計算を行ったときとか、ランダウの二次相転移の理論において得られる図である³⁶。しかしこの図は、 $|\vec{M}| < M_{sp}$ においては下に凸になっていないので、熱力学的 F とは定性的にも異なっている。これは、これらの理論では、単純な近似で得られるような限定された状態たちしか扱えないために、図 15.14・図 15.15 の水平な部分にあるような(後述の)状態たちが抜け落ちてしまうからである。そうではあるが、そのような限定された状態たちだけに興味がある場合(たとえば $|\vec{M}| = M_{sp}$ の状態を求めたい場合)には、そのような理論もとても役に立つ。ただし、熱力学の F がどうなるべきかは知っておかないと、進んだ考察をするときに悩んでしまうであろう。

³⁵ もしも連続的微分可能でないとすると、ルジャンドル変換の一般的な性質から言って、 \vec{H} の方が不連続に変化することになるが、それは 15.9.1 節で述べたことと矛盾する。

³⁶ ある意味では、ランダウ理論は平均場近似と同一視できるが、完全に同一視することには筆者は抵抗を感じる。

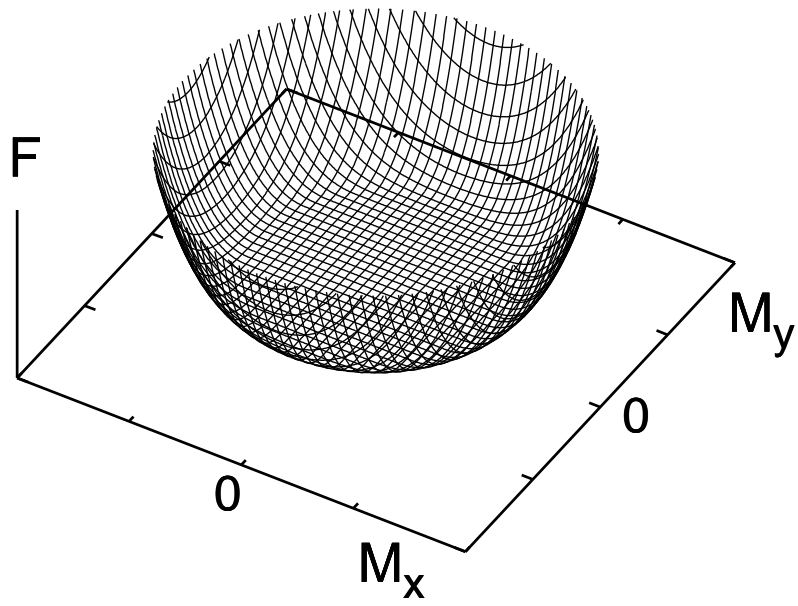


図 15.15: $T < T_c$ における $F(T, \vec{M})$ の模式図を, $\vec{M} = (M_x, M_y, 0)$ として描いた.

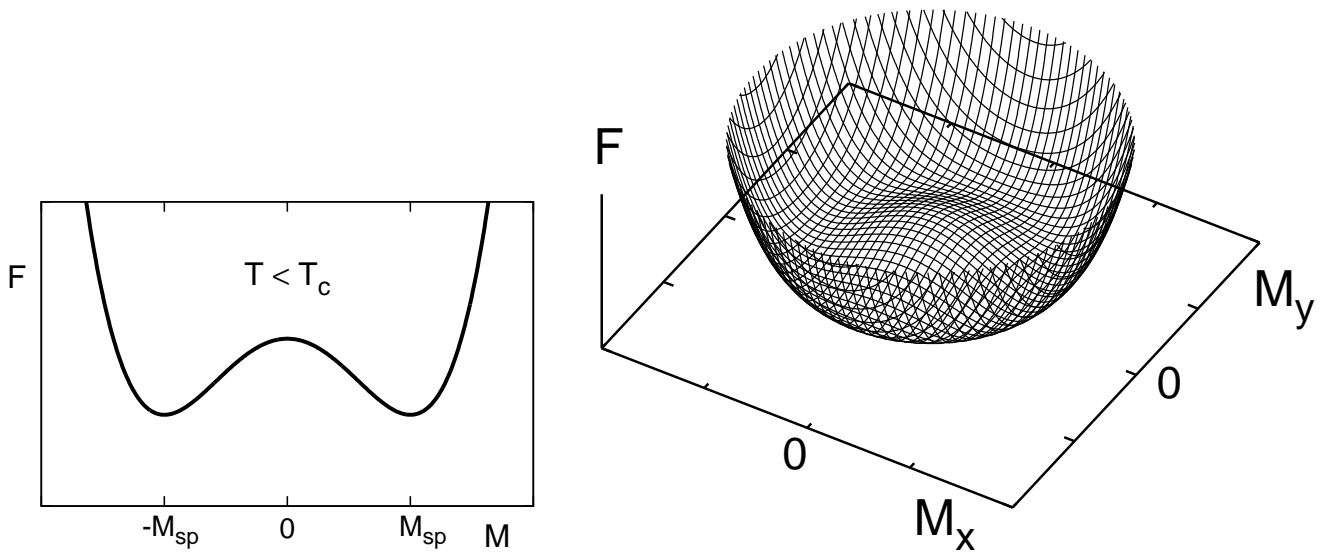


図 15.16: 簡単な近似計算あるいはランダウ理論による, $T < T_c$ における $F(T, \vec{M})$ の模式図. $|\vec{M}| < M_{sp}$ の部分が盛り上がっているので, F が \vec{M} について下に凸ではなくなってしまっている.